METODOLOGIA DA QUESTÃO 2 – FATORAÇÃO LU

Os métodos demonstrados na revisão de literatura para Eliminação de Gauss foram usados para criar um Algorítmo em C++, presente em anexos. Escolheu-se esta linguagem pela sua facilidade de manipulação de dados. Por exemplo, posso escolher qualquer tamanho de matriz quadrada no qual colocarei minha matriz inicial e fazer os multiplicadores usando as posições dos vetores como referência, assim, todos os processos de mudança na matriz estarão usando referências da coordenada de seu multiplicadores.

A matriz abaixo representa a matriz do problema dois(1);

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 0,2345 | 0,6793 | 0,0145 | 1,3315 |
| 2,2360 | 1,9861 | -1,7724 | 2,0315 |
| 1,7724 | -7,3324 | 5,1961 | 2,8284 |
| 1,4142 | 1,7320 | -5,3173 | 5,6785 |

Podemos representar essa matriz explicitando suas coordenadas no Algorítmo:

cout << "Quem eh o elemento a11,a12,a13,a14,b1 : " << endl;

for(int i=0;i<5;i++)

{

cin >> matriz[0][i];

}

Portanto, seguindo o método de fatoração LU, precisamos zerar os valores encontrados em A2, A3 e A4 primeiramente. Para isso, calculamos os multiplicadores com referência à posição da célula, dessa forma garante-se que independente da matriz 4 x 4 colocada podemos obter resultados finais consistentes com o problema. Assim, na etapa (e=1) definimos os multiplicadores como:

m21=A2/A1 → m21= 3,1414 (posição H1)

m31 =A3/A1 → m31= 0,7118 (posição H2)

m41 =A4/A1 → m41 =3,1414 (posição H3)

Encontrando estes valores podemos zerar A2, A3 e A4. Precisamos antes repetir em outro local da planilha a primeira linha da matriz , pois seguindo o método L1(0) → L1(0) , em seguida fazemos a primeira célula da segunda linha valer **A2-$H$1\*A1** , ou seja, o valor contido na linha dois coluna A da matriz , menos o valor contido na linha um coluna H multiplicado pelo valor encontrado na linha um coluna A. O valor H1 está entre $ para que possamos arrastar o método para as outras colunas da linha mas o seu multiplicador continue o mesmo, de acordo com as funções do Excel.

Podemos traduzir isso para :

L2(1) → L2(0)- m21. L1(0)

Ou, já numericamente:

= 0,0000

Seguindo a mesma estratégia para A3 e A4 conseguimos zerá-las:

L3(1) → L3(0) - m31. L1(0) ;

L3(1) → L4(0) - m41. L1(0);

Por essa etapa ser a primeira em que usamos referencias dentro de nossa matriz *A,* demonstraremos como ficarão as funções em cada célula no Excel. Para as próximas etapas serão explicadas as funções de referencias apenas para a coluna 1 e para a linha modificada, dessa forma evitaremos que a explicação fique repetitiva, pois podemos observar que seguindo as utilidades do Excel apenas precisaremos selecionar a primeira célula com a função e as outras seguirão o seu padrão, mudando apenas os valores que não têm a coluna entre $, no formato :

A7 = A1 → B7 = B1 → C7 = C1 → D7 = D1

(puxando para a direita) (puxando para a direita) (puxando para a direita)

Portanto, teremos as funções :

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D |
| 7 | =A1 | =B1 | =C1 | =D1 |
| 8 | =A2-$H$1\*A1 | =B2-$H$1\*B1 | =C2-$H$1\*C1 | =D2-$H$1\*D1 |
| 9 | =A3-$H$2\*A1 | =B3-$H$2\*B1 | =C3-$H$2\*C1 | =D3-$H$2\*D1 |
| 10 | =A4-$H$3\*A1 | =B4-$H$3\*B1 | =C4-$H$3\*C1 | =D4-$H$3\*D1 |

O padrão é facilmente observado. Assim, a matriz terá o formato :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3,1414 | -2,7171 | 1,4142 | -1,7320 |
| 0,0000 | 11,2526 | -11,8252 | 5,8695 |
| 0,0000 | -0,5154 | -0,0067 | -0,1813 |
| 0,0000 | 15,9181 | -7,0884 | 5,5520 |

=

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D |
| 7 | 3,1414 | -2,7171 | 1,4142 | -1,7320 |
| 8 | 0,0000 | 11,2526 | -11,8252 | 5,8695 |
| 9 | 0,0000 | -0,5154 | -0,0067 | -0,1813 |
| 10 | 0,0000 | 15,9181 | -7,0884 | 5,5520 |

Seguimos então para a etapa (e=2), na qual precisaremos dos multiplicadores m32 e m42 para zerar os valores que se encontram em B9 e B10;

m32 = B9/B8 → m32 =-0,0458 (posição H7)

m42 = B10/B8 → m42 =1,4146 (posição H8)

Seguindo o método,

→ **A7** ;

← → **A8** ;

L3(2) ← L3(1)- m32. L2(1) → **A9-$H$7\*A8** para o novo valor de A9;

L4(2) ) ← L4(1)- m42. L2(1) → **A10-$H$8\*A8** para o novo valor de A10;

Apenas foram demonstradas as referências para a coluna A pois para as próximas colunas apenas arrastaremos a função incluída nela, mantendo os multiplicadores da linha como constantes nesta etapa. Para esclarecimento, demonstraremos o que substituirá a linha 9 da nossa matriz , sendo ela reescrita na linha 11 para evitar erros no programa;

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D |
| 11 | =A9-$H$7\*A8 | =B9-$H$7\*B8 | =C9-$H$7\*C8 | =D9-$H$7\*D8 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3,1414 | -2,7171 | 1,4142 | -1,7320 |
| 0,0000 | 11,2526 | -11,8252 | 5,8695 |
| 0,0000 | 0,0000 | -0,5483 | 0,0875 |
| 0,0000 | 0,0000 | 9,6397 | -2,7511 |

=

A última etapa para a definição da matriz usada para criar L e U é a etapa (e=3), nela calculamos o último multiplicador,

m43 = C12/C11 → m43 = -17,5810 (posição H13)

Seguindo o método,

→ **A7** ;

← → **A8** ;

L3(3) ← L3(2)  → **A9** ;

L4(3) ) ← L4(2)- m43. L3(2) → **A12-$H$13\*A11** para o novo valor de A10;

A linha 11 será escrita na linha 13, tal que,

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | A | B | C | D |
| 13 | =A12-$H$13\*A11 | =B12-$H$13\*B11 | =C12-$H$13\*C11 | ==D12-$H$13\*D11 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3,1414 | -2,7171 | 1,4142 | -1,7320 |
| 0,0000 | 11,2526 | -11,8252 | 5,8695 |
| 0,0000 | 0,0000 | -0,5483 | 0,0875 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | -1,2124 |

=

Substituindo os multiplicadores nos valores zerados de e obtendo as matrizes L e U à partir desse resultado, temos,

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3,1414 | -2,7171 | 1,4142 | -1,7320 |
| 3,1414 | 11,2526 | -11,8252 | 5,8695 |
| 0,7118 | -0,0458 | -0,5483 | 0,0875 |
| 3,1414 | 1,4146 | -17,5810 | -1,2124 |

=

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 1,0000 | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| 3,1414 | 1,0000 | 0,0000 | 0,0000 |
| 0,7118 | -0,0458 | 1,0000 | 0,0000 |
| 3,1414 | 1,4146 | -17,5810 | 1,0000 |

L =

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 3,1414 | -2,7171 | 1,4142 | -1,7320 |
| 0,0000 | 11,2526 | -11,8252 | 5,8695 |
| 0,0000 | 0,0000 | -0,5483 | 0,0875 |
| 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 | -1,2124 |

U =

Fazemos então LY = B obtemos o sistema de equações algébricas, **considerando o sinal positivo (+)**,

3,3166;

;

;

;

Calculando também U\*G = Y obtemos o sistema de equações algébricas, **considerando o sinal positivo (+)**,

;

;

;

;

Separando um espaço na planilha para as soluções e e fazendo as equações acima sempre referenciando as células de para Y1, Y2, Y3 e Y4 e as células de para G1, G2, G3 e G4, obtemos rapidamente as soluções.